

第 1 回演習問題解答例

問題 4. 集合 $B \equiv \{0, 1, a, b\}$ がブール代数の公理系を満たすように NOT, OR, AND 演算を定義しなさい

10 の基本性質(ブールの公理系)と矛盾しないように各演算を定義する。

NOT の定義

x	$\bar{x}$
0	1
1	0
a	b
b	a

2 重否定
2 重否定

OR の定義

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	1	1
1	0	1
0	a	a
a	0	a
1	a	1
a	1	1
0	b	b
b	0	b
1	b	1
b	1	1
a	a	a
a	b	1
b	a	1
b	b	b

単位元

零元

同一則

相補則

交換則

AND の定義

x	y	xy
0	0	0
0	1	0
1	1	1
1	0	0
0	a	0
a	0	0
1	a	a
a	1	a
0	b	0
b	0	0
1	b	b
b	1	b
a	a	a
a	b	0
b	a	0
b	b	b

確認: De Morgan, 吸収則

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\overline{xy}$	$\overline{x \vee y}$	$x \vee (xy)$
1	1	1	1	0
1	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
1	b	b	b	0
b	1	b	b	a
0	b	0	0	1
b	0	0	0	a
1	a	a	a	0
a	1	a	a	b
0	a	0	0	1
a	0	0	0	b
b	b	a	a	a
b	a	0	0	a
a	b	0	0	b
a	a	a	a	b