第 1 回演習問題解答例

問題 4.　集合 $B \equiv \{0,1,a,b\}$ がブール代数の公理系を満たすように NOT,OR,AND 演算を定義しなさい

10 の基本性質(ブールの公理系)と矛盾しないように各演算を定義する。

NOT の定義

x	$\bar{x}$	
0	1	
1	0	
a	b	2 重否定
b	a	2 重否定

OR の定義

x	y	$x \vee y$	
0	0	0	
0	1	1	
1	1	1	
1	0	1	
0	a	a	単位元
a	0	a	
1	a	1	零元
a	1	1	
0	b	b	
b	0	b	
1	b	1	
b	1	1	
a	a	a	同一則
a	b	1	相補則
b	a	1	交換則
b	b	b	

AND の定義

x	y	xy
0	0	0
0	1	0
1	1	1
1	0	0
0	a	0
a	0	0
1	a	a
a	1	a
0	b	0
b	0	0
1	b	b
b	1	b
a	a	a
a	b	0
b	a	0
b	b	b

確認:De Morgan, 吸収則

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}\bar{y}$	$\overline{x \vee y}$	$x \vee (xy)$	
1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
0	0	0	0	1	
0	1	0	0	1	
1	b	b	b	0	
b	1	b	b	a	
0	b	0	0	1	
b	0	0	0	a	
1	a	a	a	0	
a	1	a	a	b	
0	a	0	0	1	
a	0	0	0	b	
b	b	a	a	a	
b	a	0	0	a	
a	b	0	0	b	
a	a	a	a	b	